

**Minicurso:** Teoria ergódica e suas aplicações à teoria dos números.

**Número de horas:** 10 horas

**Ministrante:** Arnado Nogueira

**Filiação:** Université de la Méditerranée (Aix-Marseille 2) - França

**Programa resumido:** A Teoria dos Números tem sido uma fonte importante de aplicações da Teoria Ergódica e de motivação para o desenvolvimento desta. Podemos destacar dois exemplos de aplicação: a conjectura de Oppenheimer resolvida por Gregori Margulis, e a conjectura de Littlewood. A última conjectura ainda encontra-se em aberto, mas há uma proposta de abordagem interessante que foi desenvolvida tendo como base a Teoria Ergódica.

O objetivo do curso é apresentar uma breve introdução da Teoria Ergódica, tendo em vista sua aplicação em problemas clássicos da Teoria dos Números. Para ilustrar as aplicações, introduziremos duas variações clássicas do Algoritmo Euclidiano: as frações contínuas e as frações de Farey, ou intermediárias.

Em seguida, usaremos noções básicas da Teoria Ergódica para responder a questões em Teoria dos Números, como as relacionadas aos números normais de Borel e às propriedades métricas das aproximações diofantinas clássicas e contemporâneas.

O algoritmo das frações contínuas define um sistema dinâmico conhecido pelo nome de *aplicação de Gauss*. Esta função permite o uso da Teoria Ergódica na abordagem a uma série de questões suscitadas pelo algoritmo das frações contínuas que tiveram início com Gauss em 1800. Este modelo elementar tem inspirado matemáticos ao longo do tempo, como por exemplo Emile Borel, e o estudo de diversos sistemas dinâmicos definidos em várias áreas da Matemática.

**Referências:** [Bil65], [Cas72], [HW79], [Khi97], [Pet83], [Sch95], [Sch00] e [Wal82].

#### REFERÊNCIAS

- [Bil65] Patrick Billingsley. *Ergodic theory and information*. John Wiley & Sons Inc., New York, 1965.
- [Cas72] J. W. S. Cassels. *An introduction to Diophantine approximation*. Hafner Publishing Co., New York, 1972. Facsimile reprint of the 1957 edition, Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, No. 45.
- [HW79] G. H. Hardy and E. M. Wright. *An introduction to the theory of numbers*. The Clarendon Press Oxford University Press, New York, fifth edition, 1979.
- [Khi97] A. Ya. Khinchin. *Continued fractions*. Dover Publications Inc., Mineola, NY, russian edition, 1997. With a preface by B. V. Gnedenko, Reprint of the 1964 translation.
- [Pet83] Karl Petersen. *Ergodic theory*, volume 2 of *Cambridge Studies in Advanced Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1983.
- [Sch95] Fritz Schweiger. *Ergodic theory of fibred systems and metric number theory*. Oxford Science Publications. The Clarendon Press Oxford University Press, New York, 1995.
- [Sch00] Fritz Schweiger. *Multidimensional continued fractions*. Oxford Science Publications. Oxford University Press, Oxford, 2000.
- [Wal82] Peter Walters. *An introduction to ergodic theory*, volume 79 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 1982.